

音の環境と制御技術

Sound Environment and Control Technology I

第1巻 基礎技術

Basic Engineering

監修

(財)空港環境整備協会航空環境研究センター 所長

時田 保夫

フジ・テクノシステム

第5節 音源推定技術

【2】音響ホログラフィ

まえがき

音響ホログラフィとはホログラムとよばれる面での位相を含めた音圧の測定から、音源面での強度の分布を再生したり、さらに広い空間での音響情報を得ようとするものである。レーザ光を用いて平面の媒体に記録されたホログラムから立体的な画像を再生する光学的ホログラフィ手法はよく知られている。音響ホログラフィは音源探査や音場の可視化、さらに近距離音場の測定から遠距離音場を推定する方法として用いられている。現在用いられている音響ホログラフィは大きく2つのタイプに分けられる。

- (1) 逆伝搬則により音源強度の分布を求めるもの（音響ホログラフィ）
- (2) グリーン関数による表現式を用いて音源面を含めた広い空間での再生を行うもの（近距離場音響ホログラフィ）

前者は主に遠距離場の測定から逆伝搬の仮定に基づいて音源の分布を求めようとする方法である。この手法が一般に音響ホログラフィとよばれことが多いので、ここでもその慣例に従うことにする。一方、近距離場音響ホログラフィは近距離場の測定から、音源面の再生とともに遠方の場を推定することを行うものである。ここでは、2つの手法について原理ならびに応用例について述べる。

1. 音響ホログラフィ

1.1 音響ホログラフィの原理

1.1.1 上羽らの方法

最初に、上羽らが用いている音響ホログラフィの原理を示す^{1,2)}。図1に示す計測系において、次式に示す複素音圧振幅をホログラム面上の点 (x, y) で測定し、ホログラム情報として記録する。

$$e_s = A(x, y) e^{i(\alpha(x, y))} \quad (1)$$

この音圧分布が音源面の点 (x', y') にある音源から発生しているものとし、その点における音源の強度分布は

$$I(x', y') = \left| \iint \{A(x, y) e^{i(\alpha(x, y))} e^{-ikR}/R\} dx dy \right|^2 \quad (2)$$

で与えられるものとする。ただし

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z_0^2} \quad (3)$$

である。点 (x', y') は任意に選ぶことができるので、仮定した音源面上に再生像を得ることができる。文献2)の著者らは、式(2)の再生方式について「計測したホログラムと点音源が作る理想的なホログラムとの相関を求めるこによって音源位置を推定する技術である」という解釈を与えており、相互強度の伝搬という考え方を文献1)でも述べられている（相関の伝搬については文献3)を参照）。

1.1.2 竹田の方法

竹田は無限大バッフル上に存在する点音源により一定距離離れた半球面（ホログラム面）に生じる音圧分布を求める式を参考にし、それに逆伝搬の考え方を当てはめて、ホログラム面上の音圧分布から音源面の音源強度分布を求める近似式を提案した^{4,5)}。

用いた音源面と半球面および平面のホログラムの座標系を図2に示す。無限大バッフル面上（音源面）の体積速度 q の音源による音圧は

$$p(a, \theta_H, \varphi_H) = -\frac{i\rho ck}{2\pi} q \frac{e^{ikr_{SH}}}{r_{SH}} \quad (4)$$

で与えられる。ここで r_{SH} は平面状の音源とホログラム面上の観測点との距離である。この式から逆伝搬を考慮して、半球面をホログラム面とした場合には球座標系を用いて⁴⁾

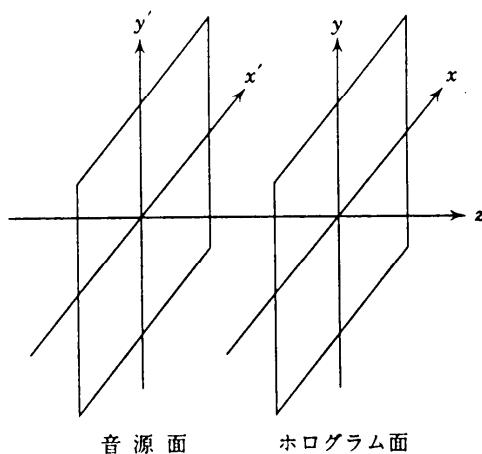
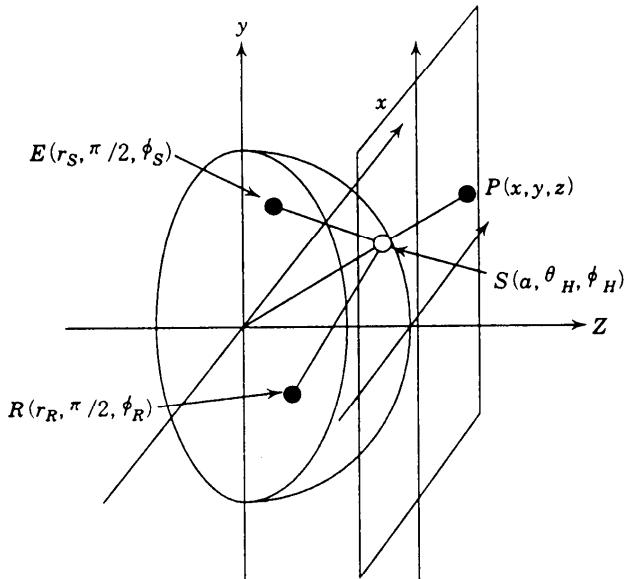


図1 平面ホログラム面と再生（音源）面の座標系²⁾

図2 半球面と平面のホログラム面と再生面の座標系⁴⁾

$$q_R(r_R, \frac{\pi}{2}, \varphi_R) = -\frac{1}{i\rho ck} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} p(a, \theta_H, \varphi_H) \cdot \frac{e^{-ikr_{HR}}}{r_{HR}} a^2 \sin \theta_H d\theta_H d\varphi_H \quad (5)$$

平面ホログラム面の場合には直交座標系を用いて⁵⁾

$$u_R(r_R, \frac{\pi}{2}, \varphi_R) = -\frac{1}{i\rho ck} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, z_0) \frac{e^{-ikr_{HR}}}{r_{HR}} \cdot \frac{z_0}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}} dx dy \quad (6)$$

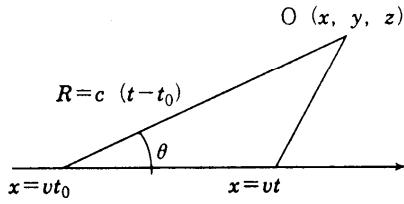
として、再生面上で体積速度振幅（式(5)）または速度振幅（式(6)）が求められるとした（次元的には両方とも体積速度である）。ここで、 r_{HR} は音源面上の再生点とホログラム面上の微小面積との距離である。

原点に点音源のある場合について、式(4)で与えられる音圧分布をホログラム情報とし、さらに式(5)を適用して

$$q_R(r_R, \frac{\pi}{2}, \varphi_R) = q_s \frac{\sin(kr_{SR})}{kr_{SR}} \quad (7)$$

を導いた（ r_{SR} は真の音源位置と再生位置の距離）。これから音源位置推定の分解能（式(7)が最初にゼロになる距離）について $\lambda/2$ という結論を得ている。分解能が 2 分の 1 波長程度ということは、音響ホログラフィの基本的な性質のようである。

上羽らの方法（式(2)）と式(5)の差は $z_0/\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}$ という積分内の係数と、 $-1/i\rho ck$ という積分の外の係数の有無である。前者は積分の際の重みと考えることができる。後者は単位（と絶対値）

図3 移動音源の座標系⁶⁾

を合わせるために導入されたものである。式(5)または式(6)で体積速度が再生面で連続的に求められるということは問題があると思われるが、いずれにしても、相対的な音源強度の分布が必要な分解能で得られるのであれば、音源の位置を推定するという音響ホログラフィの目的は達成される。

1.1.3 移動音源への適用法

竹田らはさらに移動音源への適用法を提案している⁶⁾。ここでは図3に示すように点音源が自由空間で速度 v で移動するものとする。このときにマッハ数が小さければ、音圧は

$$p = \frac{1}{4\pi} \frac{\rho \dot{q}(t-R/c)}{R(1-M\cos\theta)^2} \quad (8)$$

で与えられる。ここで、 $\dot{q}(t)$ は点音源の体積速度 $q(t)$ の時間微分である。また、計測時刻 t において受波された音波を音源が反射したときの、音源と計測位置の距離は

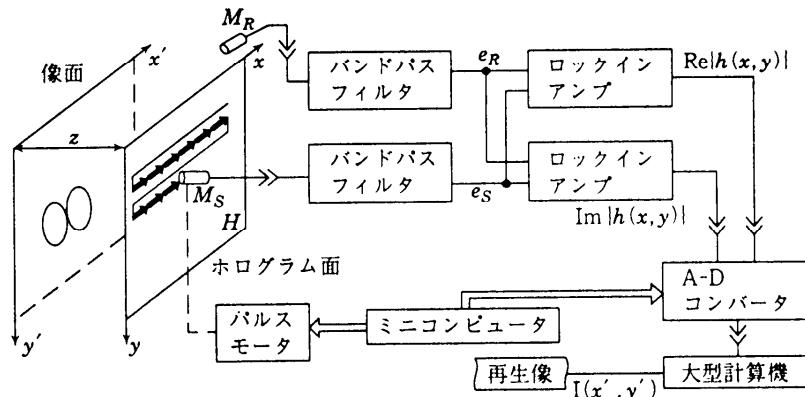
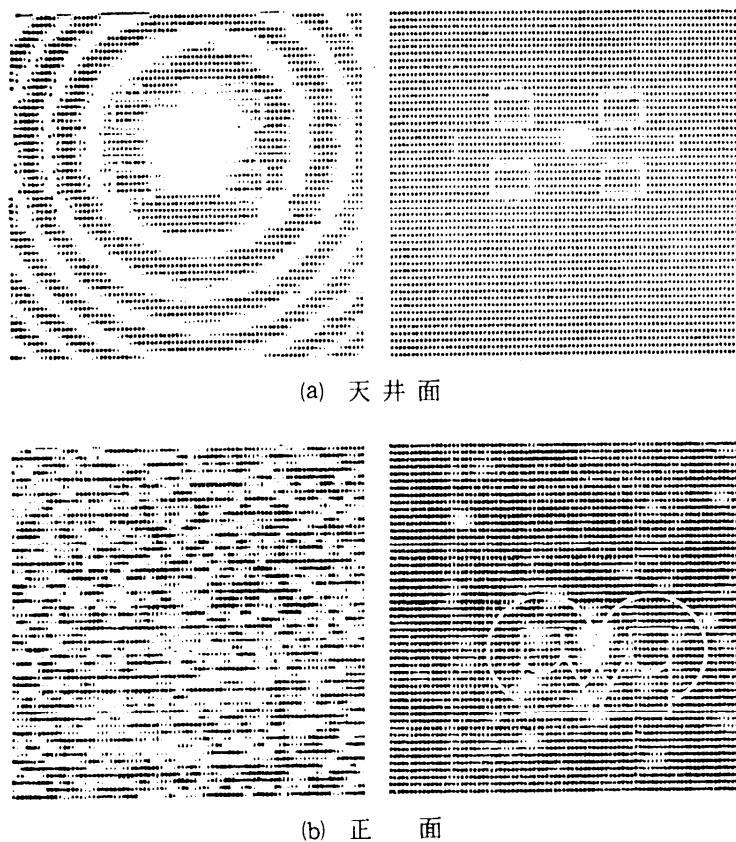
$$R = [M(x-vt) \pm \sqrt{(x-vt)^2 + (1-M^2)(y^2+z^2)}] / (1-M^2) \quad (9)$$

で与えられるとしている。これらの関係を利用して移動音源の音源像を再生する方法を提案している。

1.2 音響ホログラフィの応用例

1.2.1 北條らの応用例

上羽らの原理¹⁾²⁾に基づき北條らが用いた測定系を図4に示す²⁾。参照マイクロホンを固定し、移動マイクロホンをホログラム面上を離散的に移動して、その信号と参照マイクロホン信号との同相および 90 度位相差成分を取り出す。この方法により、各測定点での相対的な振幅（式(1)の $A(x, y)$ ）と各測定点間の位相差（式(1)の $\alpha(x, y)$ ）が求められる。図5は歯車のかみ合い周波数（3000 rpm, 7.8 kHz）におけるホログラム（左）と再生像（右）を示したものである。上段は上からみた図、下段は正面からみた図である。かみ合い部分に大きな音源強度を示す部分が観測される。

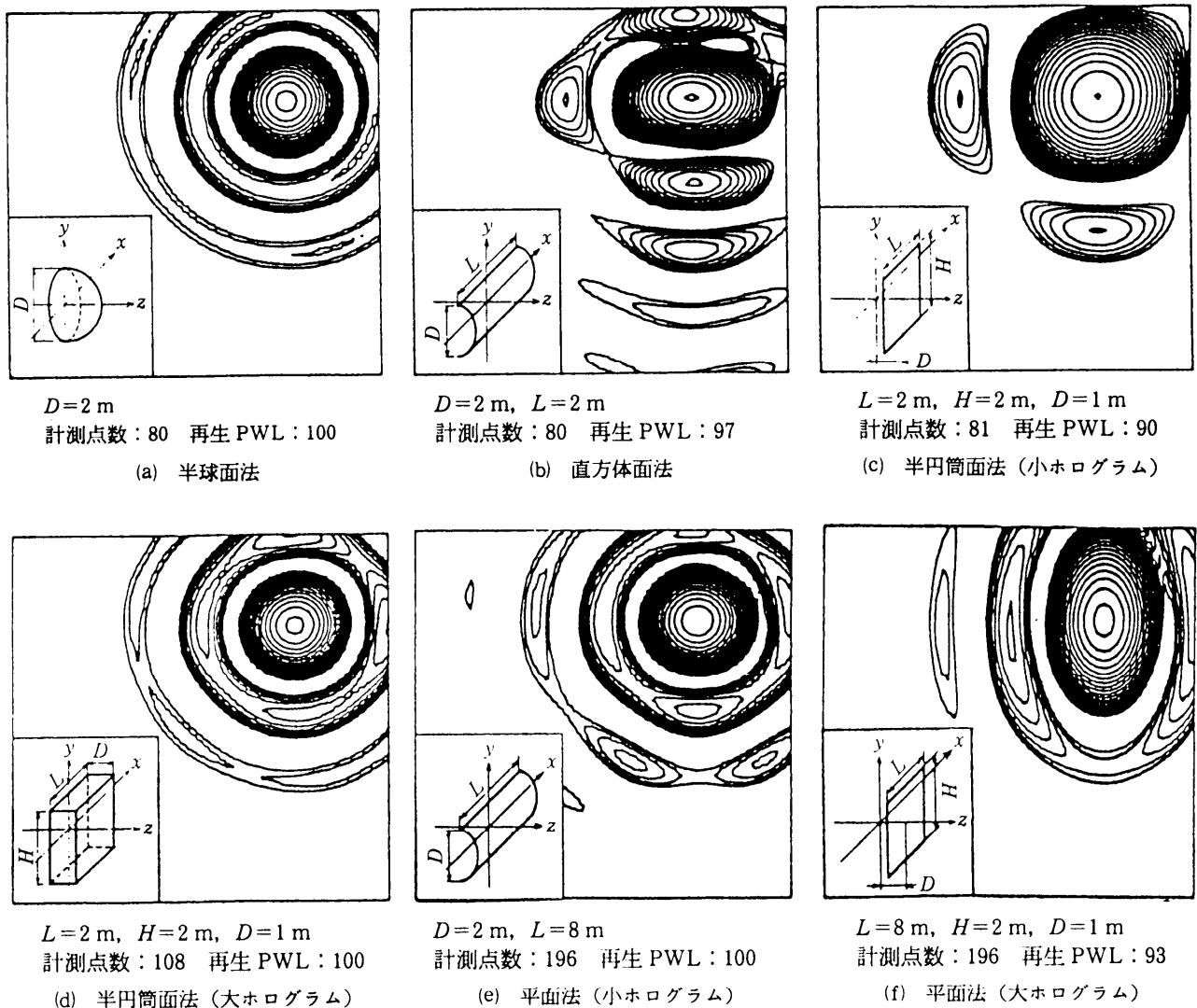
図4 音響ホログラフィ測定系の一例²⁾図5 齒車騒音への音響ホログラフィの適用例²⁾

著者らは再生像だけでなくホログラムも利用すること、および複数の方向からみることの重要性を指摘している。

1.2.2 竹田らの方法の応用例

式(5)の半球面の応用例は少ないが、式(6)を用いて音源の可視化を行った例は多い。まず、竹田自身が行ったシミュレーションの例を示す。図6は平面バッフル上の直交座標系の(0.25, 0.25, 0)にある点音源と同じ図の中に示すホログラム面で音圧を計算し、式(5)や

式(6)さらに半円筒の式を用いて、1m×1mの音源面上の強度分布を再生した例である⁵⁾。等高線は1dBステップで-20dBの範囲までプロットしてある。所定の位置に音源が再生されていることがわかる。ただし、ホログラムの形状で再生される分布も多少異なる。眞の音源以外にも10dB程度低い見かけの音源が現れるので、実際の音源の場合について音源を推定するには十分注意する必要があると思われる。竹田らは移動音源（走行中の乗用車）へのホログラフィの適用を行い、エンジン部分や排気部分など自動車の下部からの

図6 各種ホログラム形状による点音源の再生シミュレーション⁵⁾

放射が主であることを確認している⁶⁾。

1.2.3 中野らの応用例

中野らは次式に示す式(2)と式(5)を折衷した形の式を平面ホログラムに適用している⁷⁾。

$$v(x', y', 0) = -\frac{1}{i\rho ck} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, z) \frac{e^{-ikr}}{r} dx dy \quad (10)$$

さらに分解能の向上を狙って二重の近接したホログラム面での複素音圧分布 p_1 および p_2 を測定し

$$p' = p_1 + \alpha \left(p_2 \frac{r_2}{r_1} e^{-ik(r_2-r_1)} - p_1 \right) \quad (11)$$

を p_1 の位置での修正ホログラムとして再生に使用している。図7は2つの0.1m口径のスピーカ（音源間

距離0.34m, 1kHz純音）を音源とし、二重ホログラム ($\alpha=2$) を用いたときの結果を従来法（1つのホログラム面）と比較して示したものである。従来法よりも音源の位置の推定精度が上がり、個々の音源の広がりも小さくなることを示している⁷⁾。しかし、半面見かけの音源が現れるという欠点もある。同じく中野らはエンジン音に対して音響二重ホログラフィ法を適用し、エンジンの各種の音源の位置の推定を行っている⁸⁾。

1.2.4 坂本らの応用例

坂本らは固定音源とともに移動音源（走行中の自動車）に対して、竹田らの提案する方法を適用した⁹⁾。ここでは波長に対する分解能、真のパワーレベルに対する再生像のパワーレベルの関係、音源の速度の効果などについて細かく調べている。また、タイヤの種類

による音源位置やパワー レベルの差についても測定している。図8は1つの種類のタイヤ近傍の再生像の一部を示したものである(走行速度100 km/h)。周波数による音源位置の変化が観測されている。

2. 近距離場音響ホログラフィ

2.1 原 理

近距離場音響ホログラフィはNearfield Acoustical Holography (NAH)とよばれている方法である^{10)~12)}。図1の座標系において半無限空間の内部に音源が存在しない場合の空間の音圧 $\Psi(x, y, z)$ はグリーン関数 $G(x, x', y, y', z, z')$ を用いて次式のように表される¹²⁾。

$$\begin{aligned} \Psi(x, y, z) = & \iint \left[\Psi(x', y', 0) \right. \\ & \left\{ \frac{\partial G(x, x', y, y', z, z')}{\partial z'} \right\}_{z'=0} \\ & - \left\{ \frac{\partial \Psi(x', y', z')}{\partial z'} \right\}_{z'=0} \\ & \left. \cdot G(x, x', y, y', z, 0) \right] dx' dy' \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $\Psi(x', y', 0)$ は無限大平面 $z=0$ での音圧分布で、二重積分はその面上の積分である。無限大平面上でゼロとなるディリクレ形のグリーン関数として

$$G(x, x', y, y', z, z') = \frac{e^{ikR}}{4\pi R} - \frac{e^{ikR'}}{4\pi R'} \quad (13)$$

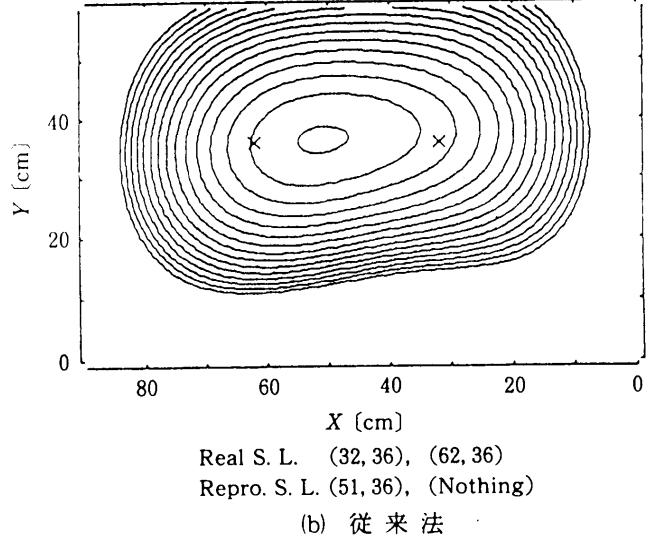
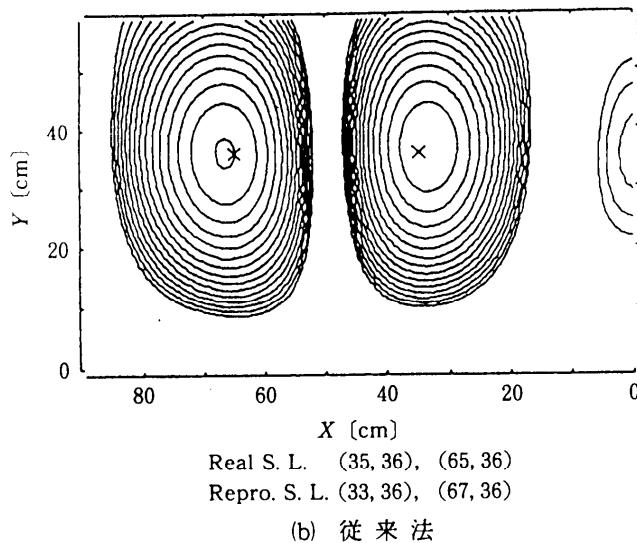
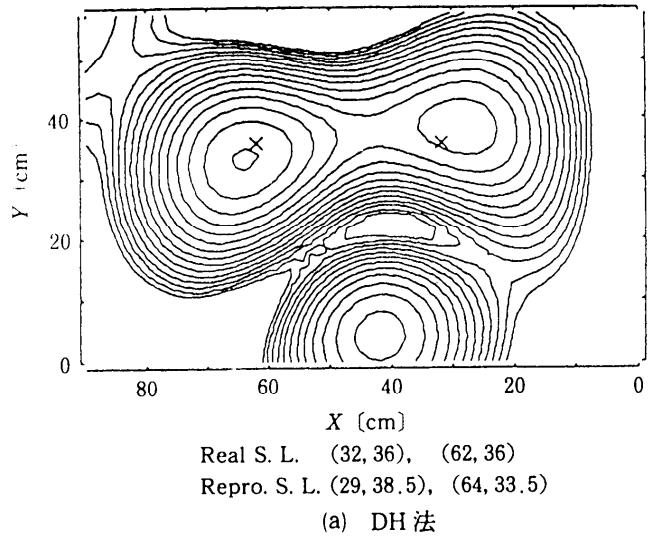
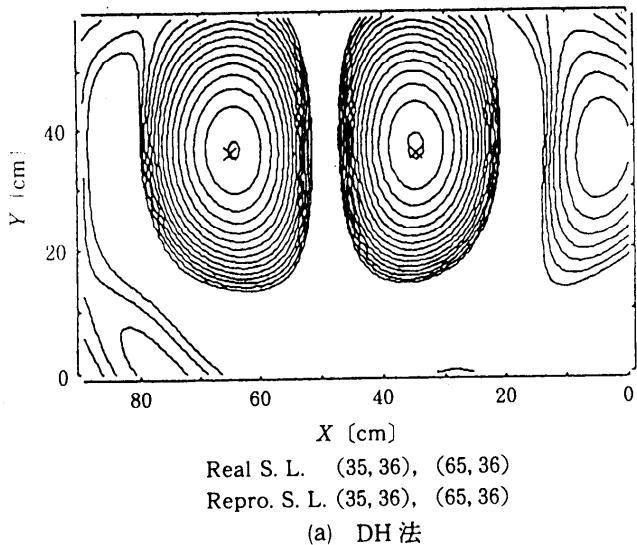
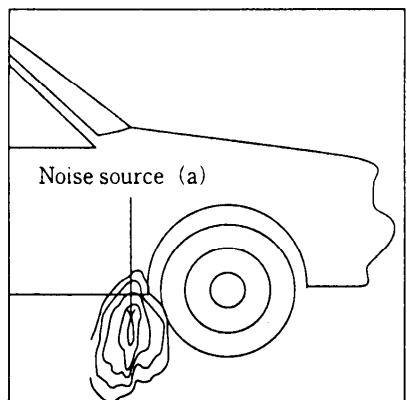


図7 音響二重ホログラフィ法による2つの点音源の再生シミュレーション⁷⁾



(a) $f=785\text{Hz}$ (frequency band①)
 $\text{PWL}_R(f)=63.2\text{dB}$

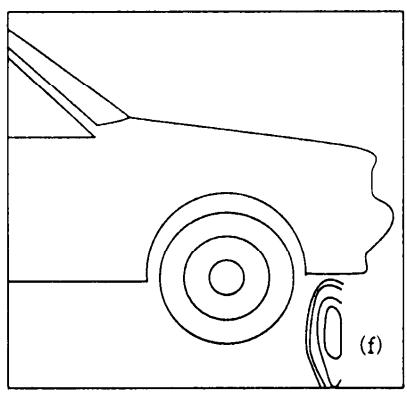
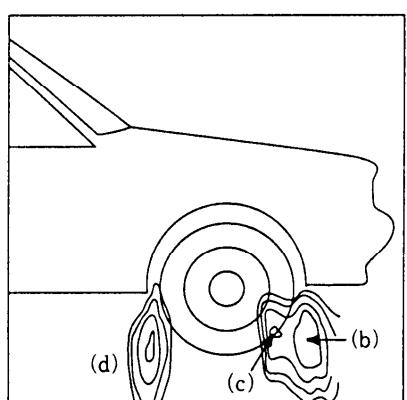


図8 タイヤ騒音の再生像⁹⁾

を選ぶと、式(12)の右辺の第2項が消えて ($z'=0$ で $G=0$)

$$\Psi(x, y, z) = \iint \Psi(x', y', 0) G_D(x, x', y, y', z) dx' dy' \quad (14)$$

となる。ここで

$$R = [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}, \\ R' = [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2]^{1/2}, \quad (15)$$

$$G_D(x, x', y, y', z) = \left\{ \frac{\partial G(x, x', y, y', z, z')}{\partial z'} \right\}_{z'=0} \\ = z(1 - ikR)e^{ikR}/2\pi R^3 \quad (16)$$

である。式(14)の積分は (x, y) 座標に関するコンポリューションであるから、両辺を (x, y) 座標に関して二次元フーリエ変換することにより、右辺はそれぞれのフーリエ変換の積で表される。

$$\hat{\Psi}(k_x, k_y, z) = \hat{\Psi}(k_x, k_y, 0) \hat{G}_D(k_x, k_y, z) \quad (17)$$

ここで、 $\hat{\cdot}$ はフーリエ変換を表し、

$$\hat{G}_D(k_x, k_y, z) = e^{ikz}, k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (18)$$

である。式(17)から音源面での音圧分布 $\Psi(x, y, 0)$ が次のように求められる。

$$\Psi(x, y, 0) = F^{-1}[\hat{\Psi}(k_x, k_y, z)/\hat{G}_D(k_x, k_y, z)] \quad (19)$$

ただし、 $F^{-1}[\cdot]$ はフーリエ逆変換である。音源面での音圧分布が得られれば式(14)に戻って空間の任意の点での音圧が得られることになる。ここではディリクレ形のグリーン関数を用いて第1種のレイリー積分(式(14))が得られる場合について述べたが、ノイマン形のグリーン関数を用いれば第2種のレイリー積分が得られる。

近距離場音響ホログラフィの特徴は、基本的にその理論が完全であることである。音圧が一度得られると、粒子速度や音響インテンシティ、放射パワーなどが $z > 0$ の空間のどの位置でも求めることができる。また、今まで無限大平面で区切られた領域を直交座標系を用いて扱ってきたが、他の三次元座標系(円筒座標や球座標)を用いて同様な議論を進めることもできる。

一方、欠点としては、

- (1) 反射が無視できるような無響室や半無響室あるいはそれと同等の測定環境が必要であること
- (2) 測定面を広くさらに測定間隔を狭くするために、測定点数ならびに測定時間が非常に大きくなること
- (3) 完全または部分的に独立な複数の音源がある場合には、測定点間の位相関係も含めた音圧情報の測定が困難になること(これは音響ホログラフィにも共通)

などである。(1)および(2)は力づくで解決できるが、(3)の問題は長所を有効に生かすための最大の障害である。実際の音源例ええば車の騒音などでは、音源の発生個所が多数あり、一定回転数で運転しようとしても必ず変動がある。また、計測時間が長くなると定常性が成り

立たなくなる。このような現実の複合音源の場合に、独立な音源ごとに相互の位相関係を含めた音圧の情報を得ることは極めて厄介な問題である。

2.2 近距離場音響ホログラフィの応用例

2.2.1 Maynard らの例

図9は2つの近接した点音源（音源間距離 0.06 m, 波長 3 m）からの音源に対して音響ホログラフィと近距離場音響ホログラフィにより音響インテンシティを求めた例である¹¹⁾。近距離場音響ホログラフィ（同図(a)参照）では2つの音源を明確に分離して再生できているのに対して、従来法（同図(b)参照）では1つの音源から放射される音場のようになっている。この例でもわかるように前述の3つの条件を整えれば、近距離場音響ホログラフィ法は非常によい再生能力を行っていることがわかる。

図10は振動する矩形板が(4, 2)モードで共振しているときの表面の振動速度を、近距離場音響ホログラフィ法を適用して求めた例である¹¹⁾。この場合でもモードの詳細が明確に再生されている。

2.2.2 Spatial Transformation of Sound Field (STSF)

Haldらは前述の(3)の欠点を解消する方法として独立な音源数に対応する参照マイクロホンと各測定点のクロススペクトルを測定する方法を提案し、それをSpatial Transformation of Sound Field (STSF)と名づけた¹³⁾。ここでは測定方法の概略を示す。測定方法を図式的に示したもののが図11である¹⁴⁾。音源系の真の独立な音源数が L 、参照マイクロホン数が K 、トータルの測定点数が N である。人工的な音源の場合以外は真の独立な音源数はわからないので、 K は適当に決める必要がある。測定としてはすべての参照マイクロホン信号間のクロススペクトルのマトリクス C_R 、各参照マイクロホン信号と各測定点での音圧とのクロススペクトルのマトリクス C_A を測定により求める。さらにこれらのマトリクスから固有値解析の手法を用いて、独立と推定される音源数 (J) に対応した音圧ベクトル a_i ($i=1 \sim J$, $J \leq K$) を求める。独立な音源ごとに複素音圧分布が求められると、任意の再生面 ($z \geq 0$) での音圧や音響インテンシティ、さらにはその面を通過するパワー等が求められる。

ここでは、十分な数の参照マイクロホンの選択が重要なことの例を示す¹⁴⁾。音源としては、2つのスピーカを 0.35 m 離して配置し、1.2 kHzを中心とし

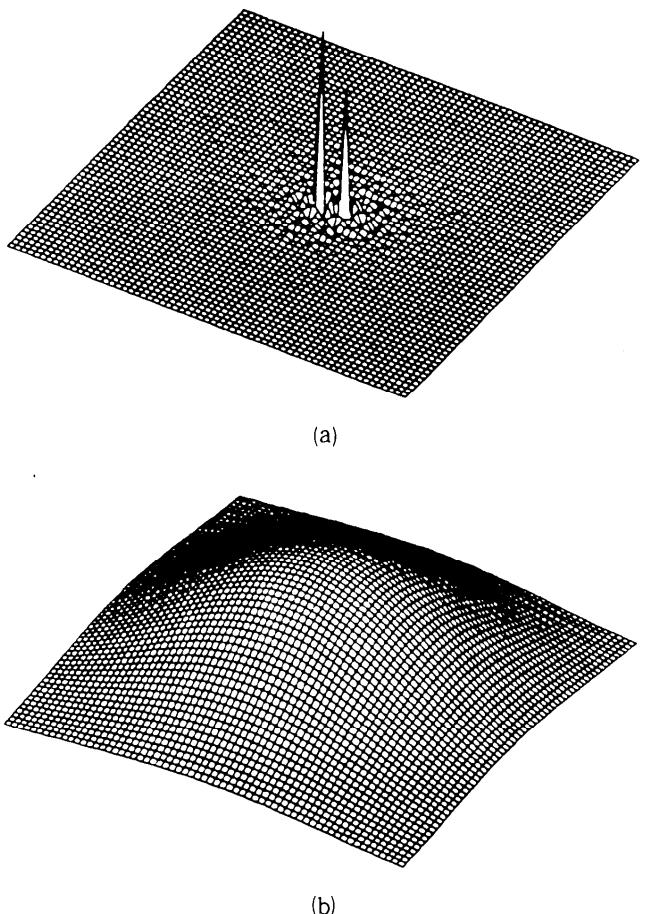


図9 音源間隔 0.06 m, 波長 3 m の 2 つの微小音源の再生例¹¹⁾

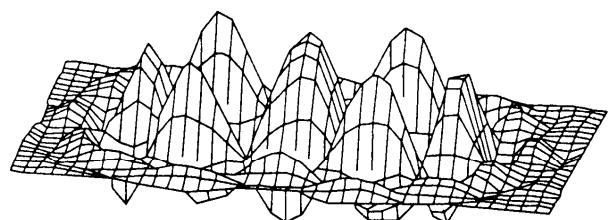
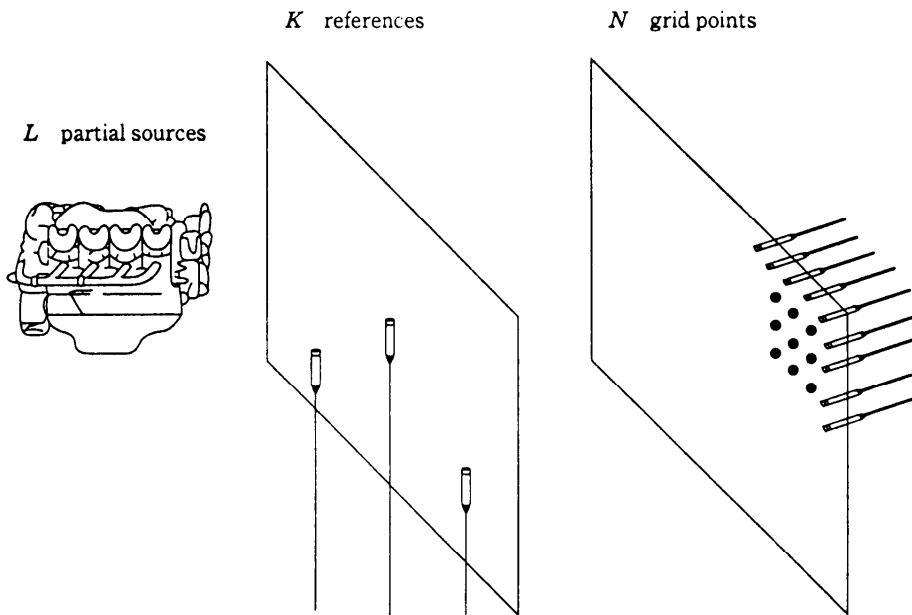
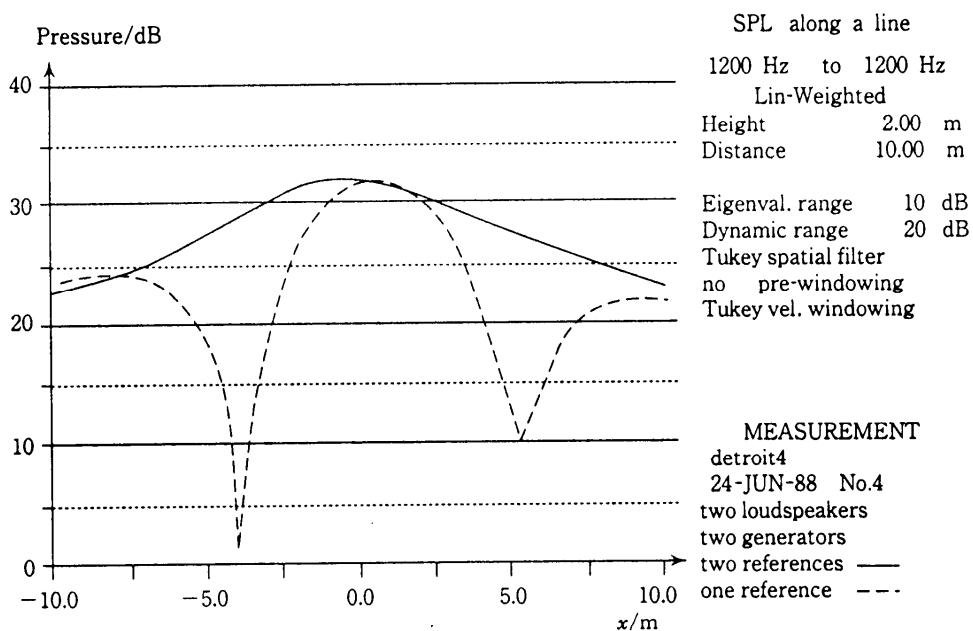


図10 平板の分割振動の再生例¹¹⁾

て 100 Hz の幅をもった独立なノイズをスピーカに加える。参照マイクロホンとして、1 個を 2 つのスピーカの中間に置く場合と、2 個を各スピーカの前面に置く場合について検討した。ただし、ホログラム面はスピーカから 0.1 m 離れた位置とし、測定点数は 13×8 (70 mm 間隔) である。測定面（ホログラム面）での音圧分布を示したものが図12である（横軸がホログラム面の中心から距離、縦軸は音圧）。1 つの参照マイクロホンでは干渉のようなパターンがみられ音圧分布が正しく再生されないが、2 つの場合には音圧が中央で最大になる適切な音圧分布が得られている。この例は、十分な数の参照マイクロホンを選ぶことが極め

図 11 近距離場音響ホログラフィの計測法の一例¹⁴⁾図 12 2つの独立なバンドノイズ音源の再生例¹⁴⁾

て重要であることを示している。

2.2.3 高田らの例

NAH の欠点を解消する改善方法が高田らにより提案されている^{15)~17)}。2.2.1 で述べた方法は反射がないという条件で成り立っているので、反射波があると再生したときの音場に大きな誤差が生じる可能性がある。この問題を解決する方法として、2つのホログラム面で音圧を測定し、前進波（音源側からの波）と後

退波（背面からの反射波）を分離する方法を提案している¹⁵⁾。図 13 のようにホログラム面 1 と 2 で複素音圧を測定することにより、再生面での音圧 p_3 とそれらを構成する前進波 p_{s3} および後進波 p_{r3} が p_1 と p_2 から次式から求められる。

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & G_{D32} & G_{D23} \\ 0 & G_{D31} & G_{D13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ p_{s3} \\ p_{r3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ p_2 \\ p_1 \end{bmatrix}$$

これによって音源側からの音のみについて再生することが可能となる。図14は1個のスピーカを音源とし、ホログラム面の背後に反射板を置いて測定し、音源から100 mm離れた位置での音響インテンシティを前進波により再生したものである¹⁵⁾。音源の近傍の乱れが低減していることがわかる。さらに、高田らは2.2.2と同じように複数の独立音源からなる音場にNAHを適用するために、複数の参照マイクロホンを用いて得られるクロススペクトルに特異値分解¹⁶⁾および偏関連度関数¹⁷⁾を用いる方法を提案している。

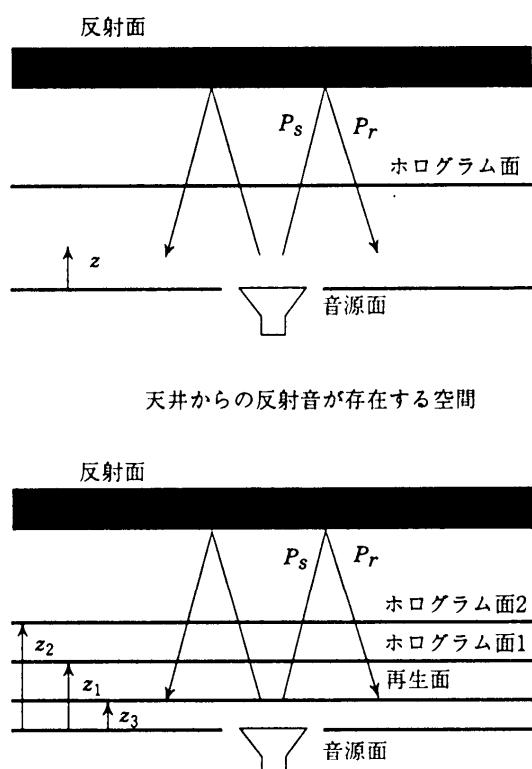


図13 前進波と後進波（反射波）を分離するための二重ホログラム面¹⁵⁾

あとがき

広義の音響ホログラフィ法には、狭義の音響ホログラフィ法と近距離場音響ホログラフィ法とよばれるものがある。前者はホログラム面上で位相を含めた音圧情報を得て、それを逆伝搬の法則を用いて音源の強度分布を求めるものである。分解能が波長の半分程度という限界はあるが、比較的少ない測定ポイント数で音源位置を同定できるという点で有効な方法である。一方、近距離場音響ホログラフィ法では音源を含めた広い空間での音響情報の再生が可能であり、分解能に原理的な限界はないということであるが、測定環境や測定点数に対する必要条件が厳しいという欠点もある。それぞれの利害得失があり、どちらの方法を採用するかは目的によって決まるともいえる。音源探査を行う際には音響インテンシティ法を含めた種々の方法の比較検討が必要である。

参考・引用文献

- 1) 東京工業大学精密工学研究所 編：静粛工学、開発社, pp. 227-243 (1995).
- 2) 北條, 梅沢：音波領域における映像形成、計測と制御, Vol. 29, No. 4, pp. 351-358 (1990).
- 3) A. Papoulis: System and Transforms with Applications in Optics, McGraw-Hill (1968).
- 4) 竹田：音響ホログラフィに関する研究（半球面ホログラムを用いる音響ホログラフィの基礎理論），日本機械学会論文集（C編），Vol. 51, No. 468, pp. 1991-1999 (1985-8).
- 5) 竹田：音響ホログラフィに関する研究（各種形状ホログラムにおける再生式について），日本機械学会論文集（C編），Vol. 52, No. 481, pp. 2409-2415 (1986-9).

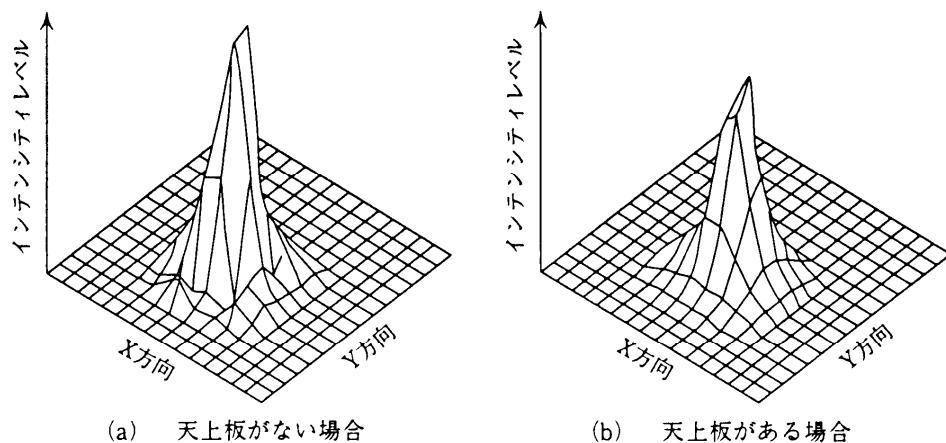


図14 放射成分の音響インテンシティの比較¹⁵⁾

- 6) 竹田 ほか：音響ホログラフィによる移動音源探査に関する研究，日本機械学会第68期通常総会講演論文集（Vol. C），pp. 324-326 (1991-3, 4).
- 7) 中野 ほか：音響二重ホログラフィ法による音源探査に関する研究，日本機械学会論文集（C編），Vol. 51, No. 563, pp. 2107-2111 (1993-7).
- 8) 中野 ほか：音響二重ホログラフィ法によるエンジン騒音源探査，自動車技術大会論文集，Vol. 27, No. 1, pp. 104-109 (1996-1).
- 9) I. Sakamoto and T. Tanaka : Application of Acoustic Holography to Measurement of Noise on an Operating Vehicle, SAE Technical Paper Series, 930199 (1993).
- 10) E. G. Williams, J. D. Maynard and E. J. Skudrzyk : Sound source reconstruction using a microphone array, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 68, No. 1, p. 340 (1980).
- 11) J. D. Maynard, E. G. Williams and Y. Lee : Nearfield acoustic holography : I. Theory of generalized holography and the development of NAH, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 78, No. 4, pp. 1395-1413 (1985).
- 12) W. A. Veronesi and J. D. Maynard : Nearfield acoustic holography (NAH) II. Horographic reconstruction algorithms and computer implementation, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 81, No. 5, pp. 1307-1322 (1987).
- 13) J. Hald and K. B. Ginn : Vehicle noise investigation using Spatial Transformation of Sound Fields, ISATA 1987, Proceeding (1987).
- 14) J. Hald : STSF - A Unique Technique for Scan-Based Nearfield Acoustical Holography without Restrictions on Coherence, Brüel and Kjaer Technical Review, No. 1 (1989-10).
- 15) 高田 博, D. Hallmann and J. S. Bolton : 近距離音場ホログラフィ法に関する研究（室内の音源把握のための拡張），日本機械学会論文集（C編），Vol. 61, No. 584, pp. 1448-1502 (1995-4).
- 16) 高田 博, D. Hallmann and J. S. Bolton : 近距離音場ホログラフィ法に関する研究（特異値分解による基準信号の選択），日本機械学会論文集（C編），Vol. 61, No. 584, pp. 1503-1508 (1995-4).
- 17) 高田 博, D. Hallmann and J. S. Bolton : 近距離音場ホログラフィ法に関する研究（多数の独立な音源が存在する音場の再生），日本機械学会論文集（C編），Vol. 61, No. 585, pp. 1190-1196 (1995-5).

＜鈴木英男＞